

Le quattro operazioni fondamentali

ADDIZIONE

Def:

Si dice **ADDIZIONE** l'operazione con la quale si calcola la **somma**; i numeri da addizionare si dicono **ADDENDI** e il risultato si dice **SOMMA** o **TOTALE**.

$$a + b = S$$

$a = \text{ADDENDO}$

$b = \text{ADDENDO}$

$S = \text{SOMMA o TOTALE}$

Proprietà:

- ❖ **COMMUTATIVA**: cambiando l'ordine degli addendi, la somma non cambia

$$a + b = b + a$$

- ❖ **ASSOCIATIVA**: la somma di più addendi non cambia se ad alcuni di essi si sostituisce la loro somma.

$$a + b + c + d = S_{a+b} + S_{c+d}$$

Es:

$$12 + 8 + 23 + 7 =$$

$$(12+8) + (23+7) =$$

$$20 + 30 = 50$$

- ❖ **DISSOCIATIVA**: la somma di più addendi non cambia se ad un addendo se ne sostituiscono altri la cui somma è uguale all'addendo sostituito.

$$a + b = a + (c + d)$$

Esempio:

$$29 + 111 =$$

$$29 + 1 + 10 + 100 =$$

$$30 + 10 + 100 =$$

$$40 + 100 = 140$$

❖ **ZERO è l'ELEMENTO NEUTRO**: la somma di zero ed un qualsiasi numero è uguale a quel numero; e viceversa.

$$a + 0 = a$$

$$0 + a = a$$

Es: $11 + 0 = 0 + 11 = 11$

Regole di Calcolo

▪ **CALCOLO IN COLONNA:**

si scrivono gli addendi un sotto l'altro in modo che le virgole (se ci sono) siano incolonnate

Es:

$$235,71 + 23,4 =$$

2	3	5,	7	1 +
	2	3,	4	0 =
2	5	9,	1	1

▪ **CALCOLI RAPIDI IN RIGA:**

si devono utilizzare le **proprietà dell'addizione**.

Es:

$$24 + 7 + 6 + 13 = \text{ propr. commutativa}$$

$$(24 + 6) + (7 + 13) = \text{ propr. associativa}$$

$$30 + 20 = 50$$

Es.

$$34 + 16 + 7 + 23 = \text{ propr. dissociativa}$$

$$34 + 6 + 10 + 7 + 23 = \text{ propr. associativa}$$

$$40 + 10 + 30 = 80$$

SOTTRAZIONE

Def:

Si dice **SOTTRAZIONE** l'operazione con cui si calcola la **DIFFERENZA** fra due numeri, cioè quel numero che addizionato al minore dei due (**sottraendo**) dà il maggiore (**minuendo**).

→ La sottrazione è l'operazione inversa dell'addizione.

Es.

$$21 - 6 = 15 \text{ perchè } 15 + 6 = 21$$

Proprietà:

- 1) **INVARIANTIVA**: la differenza tra due numeri non cambia se ad entrambi si addiziona o si sottrae uno **stesso numero**.

Es:

$$157 - 98 =$$

$$(157+2) - (98+2) = \text{sommo ad entrambi i membri } 2$$

$$159 - 100 = 59$$

$$235 - 15 =$$

$$(235-5) - (15-5) = \text{sottraggo ad entrambi i membri } 5$$

$$230 - 10 = 220$$

- 2) La sottrazione **NON** ha l'**ELEMENTO NEUTRO**

es:

$$5 - 0 = 5 \text{ ma } 0 - 5 = -5$$

→ si ottengono due numeri diversi!!!

Regole di Calcolo

- Per i calcoli in colonna bisogna allineare i numeri mettendo le virgole, se ci sono, una sotto l'altra.

Es.

$$12,5 - 8,75 =$$

1	2,	5	0-
	8,	7	5=
	3,	7	5

- Per i calcoli in riga con la **proprietà invariante** si può trasformare il sottraendo in un multiplo di 10

Es:

$$23 - 17 =$$

$$(23+3) - (17+3) = \text{prop. invariante}$$

$$26 - 20 = 6$$

$$23 - 17 =$$

$$(23-7) - (17-7) = \text{prop. invariante}$$

$$16 - 10 = 6$$

MOLTIPLICAZIONE

Def:

La moltiplicazione è l'operazione con la quale, dati dei **FATTORI**, si calcola il **PRODOTTO**.

→ Il **PRODOTTO** di due fattori si ottiene addizionando il **primo fattore** a se stesso tante volte quante ne indica il **secondo fattore**.

Es:

$$6 \cdot 4 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

6 e 4 sono i FATTORI, 24 è il PRODOTTO.

Proprietà:

1) **COMMUTATIVA**: cambiando l'ordine dei fattori, il prodotto non cambia.

Es:

$$3 \cdot 6 = 6 \cdot 3 = 18$$

2) **ASSOCIATIVA**: il prodotto di più fattori non cambia se ad alcuni di essi si sostituisce il loro prodotto.

Es:

$$3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 10 =$$

$$12 \cdot 20 = 240$$

3) **DISSOCIATIVA**: il prodotto di più fattori non cambia se ad un fattore se ne sostituiscono altri il cui prodotto è uguale al fattore sostituito.

Es:

$$45 \cdot 20 =$$

$$45 \cdot 2 \cdot 10 =$$

$$90 \cdot 10 = 900$$

propr. dissociativa

propr. associativa

$$15 \cdot 12 =$$

$$15 \cdot 2 \cdot 6 =$$


$$30 \cdot 6 =$$

$$10 \cdot 3 \cdot 6 =$$

$$10 \cdot 18 = 180$$

4) **DISTRIBUTIVA DEL PRODOTTO RISPETTO ALL'ADDIZIONE**

Esempio:




$$3 \cdot (4 + 5) =$$

$$3 \cdot 4 + 3 \cdot 5 =$$

$$12 + 15 = 27$$

5) **DISTRIBUTIVA DEL PRODOTTO RISPETTO ALLA SOTTRAZIONE**

Esempio:



$$2 \cdot (12 - 5) =$$

$$2 \cdot 12 - 2 \cdot 5 =$$

$$24 - 10 = 14$$

6) **ELEMENTO NEUTRO È 1**

qualsiasi numero moltiplicato per 1 è uguale a se stesso.

Esempio:

$$1 \cdot 3 = 3 \quad \text{e} \quad 3 \cdot 1 = 3$$

7) **LEGGE DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO**

il prodotto di due fattori è uguale a ZERO se almeno uno dei due è uguale a zero, e viceversa.

Esempio:

$$5 \cdot 0 \cdot 3 = 0$$

$$12 \cdot 5 \cdot 0 = 0$$

Regole di Calcolo:

Le moltiplicazioni in colonna:

- si calcola il prodotto come se le virgole non ci fossero;
- si mette la virgola nel risultato partendo da destra contando tante cifre decimali quante sono la somma delle cifre decimali dei due fattori.

Esempio: $3,84 \cdot 12,5 = ?$

		3,	8	4 ·
		1	2,	5 =
	1	9	2	0
	7	6	8	-
3	8	4	-	-
4	8,	0	0	0

→ si contano i numeri decimali dei fattori (sono 3), si mette la virgola nel risultato dopo 3 cifre partendo da destra.

DIVISIONE

Def:

La divisione è l'operazione con cui, dati due numeri (**dividendo** e **divisore**), si calcola il **QUOZIENTE**, cioè quel numero che moltiplicato per il divisore dà come risultato il dividendo.

NOTA BENE:

Il **divisore** deve essere un numero diverso da zero.

Perchè non esiste un numero che moltiplicato per zero, dà come risultato un numero diverso da zero.

Es:

$$4 : 0 = \textit{impossibile}$$

Perchè **non esiste $x \in \mathbb{N}$ tale che $x \cdot 0 = 4$**

(non esiste un numero che moltiplicato per 0 dà come risultato 4)

Proprietà:

La divisione è l'operazione inversa della moltiplicazione.

Es.

$$16 : 2 = 8 \rightarrow 8 \cdot 2 = 16$$

OSSERVAZIONE:

- si può dire che 16 è **DIVISIBILE** per 2, oppure che 16 è **MULTIPLO** di 2.
- si può dire che 2 è un **DIVISORE** di 16. oppure che 2 è un **SOTTOMULTIPLO** di 16.

CASI PARTICOLARI:

1) Il quoziente fra due numeri uguali (diversi da 0) è 1.

$$a : a = 1$$

Es:

$$32 : 32 = 1 \quad \text{perchè } 1 \cdot 32 = 32$$

$$7 : 7 = 1$$

2) Se il divisore è 1, il quoziente è uguale al dividendo.

$$a : 1 = a$$

Es:

$$32 : 1 = 32$$

$$15 : 1 = 15$$

3) Se il dividendo è 0, il quoziente è 0.

$$0 : a = 0$$

Es:

$$0 : 32 = 0 \quad \text{perchè } 0 \cdot 32 = 0$$

$$0 : 7 = 0 \quad \text{perchè } 0 \cdot 7 = 0$$

4) Se dividendo e divisore sono uguali a 0, il quoziente è

INDETERMINATO (cioè può essere qualsiasi numero).

$$0 : 0 = \textit{indeterminato}$$

→ Perchè qualsiasi numero moltiplicato per 0 dà come risultato 0.

Es:

$$0 : 0 = 5 \quad \text{perchè } 5 \cdot 0 = 0$$

$$0 : 0 = 23 \quad \text{perchè } 23 \cdot 0 = 0$$

$$0 : 0 = 12342482$$

→ è indeterminato

→ $0 : 0 = \textit{indeterminato}$

Proprietà:

1) INVARIANTIVA

moltiplicando o dividendo i due termini di una divisione per uno stesso numero diverso da zero, il quoziente non cambia.

Es:

$$1400 : 700 =$$

$$(1400 : 100) : (700 : 100) =$$

$$14 : 7 = 2$$

$$0,15 : 0,03 =$$

$$(0,15 \cdot 100) : (0,03 \cdot 100) =$$

$$15 : 3 = 5$$

2) **DISTRIBUTIVA** della DIVISIONE rispetto all'**addizione** (o alla sottrazione)

$$(a + b) : 2 =$$

$$(a : 2) + (b : 2)$$

Es:

$$(82 + 48) : 2 =$$

$$(82 : 2) + (48 : 2) =$$

$$41 + 24 = 65$$

$$(a - b) : 3 =$$

$$(a : 3) - (b : 3)$$

Es:

$$(75 - 35) : 5 =$$

$$(75 : 5) - (35 : 5) =$$

$$15 - 7 = 8$$

3) Il numero **1 NON** è l'elemento neutro della divisione
Perchè $a : 1 = a$ ma $1 : a \neq a$

Regole di Calcolo

▪ Divisione con numeri decimali:

per dividere un numero decimale per un altro numero decimale, si deve eliminare la virgola nel DIVISORE (secondo termine), **moltiplicando per 10, 100, 1000,...** entrambi i termini.

Es:

$$18,34 : 2,8 = ?$$

→ Non si può avere la virgola nel divisore.

→ Si usa la **proprietà invariante** e si moltiplicano tutti i termini per 10.

$$(18,34 \cdot 10) : (2,8 \cdot 10) =$$

$$183,4 : 28 =$$

→ adesso si può fare la divisione!

$$\begin{array}{r|l} \overset{3}{1}8\overset{1}{3},\overset{0}{4}\overset{0} & \overset{4}{2}8 \\ -168 & \\ \hline \text{// } 154 & \\ -140 & \\ \hline \text{// } 140 & \\ -140 & \\ \hline \text{// // //} & \end{array}$$

6,55

Le Espressioni

1. Quando ci sono **ADDIZIONI** e **SOTTRAZIONI** consecutive, bisogna calcolarle **nell'ordine in cui sono scritte**.
2. Quando ci sono **MOLTIPLICAZIONI** e **DIVISIONI** consecutive, bisogna calcolarle **nell'ordine in cui sono scritte**.
3. Quando ci sono **tutte le 4 operazioni**, si devono calcolare **prima MOLTIPLICAZIONI e le DIVISIONI**, poi ADDIZIONI e SOTTRAZIONI.
4. Quando ci sono le **parentesi**, si devono eseguire **prima i calcoli nelle PARENTESI TONDE ()**, poi **QUADRE []** e infine **GRAFFE {}**.

Esempi:

- $143 - 121 - 21 =$
 $22 - 21 = 1$
- $30 \cdot 6 : 2 =$
 $180 : 2 = 90$
- $150 : 5 \cdot 2 =$

$$30 \cdot 2 = 60$$

- $52 + 8:4 - 2 =$
 $52 + 2 - 2 =$
 $54 - 2 = 52$

- $37 - 7 \cdot 6:2 =$
 $37 - 42:2 =$
 $37 - 21 = 16$

- $(48 + 18):6 + 3 =$
 $66 : 6 + 3 =$
 $11 + 3 = 14$

- $80 - [55 - (30 + 15) + (60 - 8)] =$
 $80 - [55 - 45 + 52] =$
 $80 - [10 + 52] =$
 $80 - 62 = 18$

- $11 + \{26 + (15 + 5) + [18 + (7 + 8) + (6 + 4)]\} - (26 + 14) =$

$$11 + \{26 + 20 + [18 + 15 + 10]\} - 40 =$$

$$11 + \{26 + 20 + 43\} - 40 =$$

$$11 + 89 - 40 =$$

$$100 - 40 = 60$$