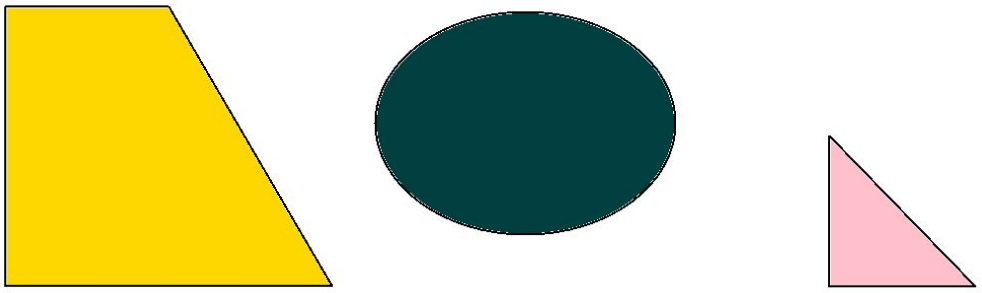
Area dei poligoni

Def:

si dice **AREA** di una superficie piana la parte delimitata di piano che essa occupa.

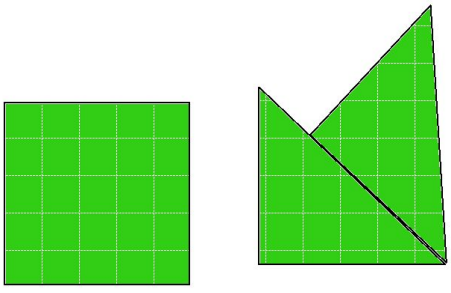


Def:

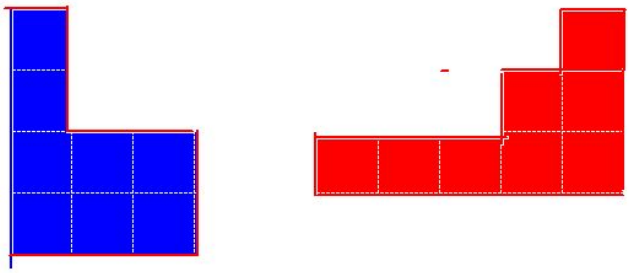
due superfici piane si dicono **EQUIVALENTI** se hanno la **STESSA AREA.**

Proprietà:

due figure **congruenti** sono sempre **equivalenti,** ma due figure equivalenti non sono sempre congruenti.



EQUIVALENTI
non implica
CONGRUENTI

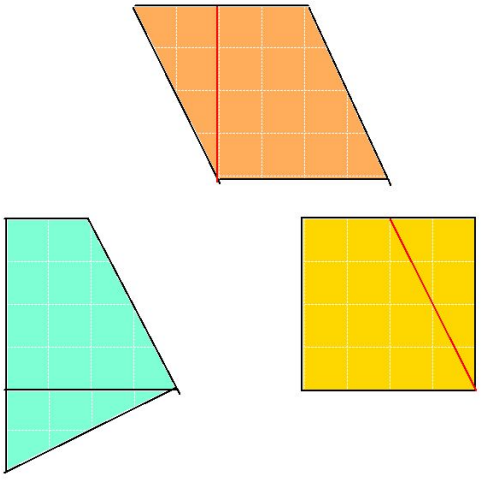


$F \neq F'$ non congruenti

$A_F = A_{F'}$, equivalenti

Def:

Figure che possono essere scomposte in figure equivalenti, si dicono **EQUISCOMPONIBILI** e sono tra loro **EQUIVALENTI**.



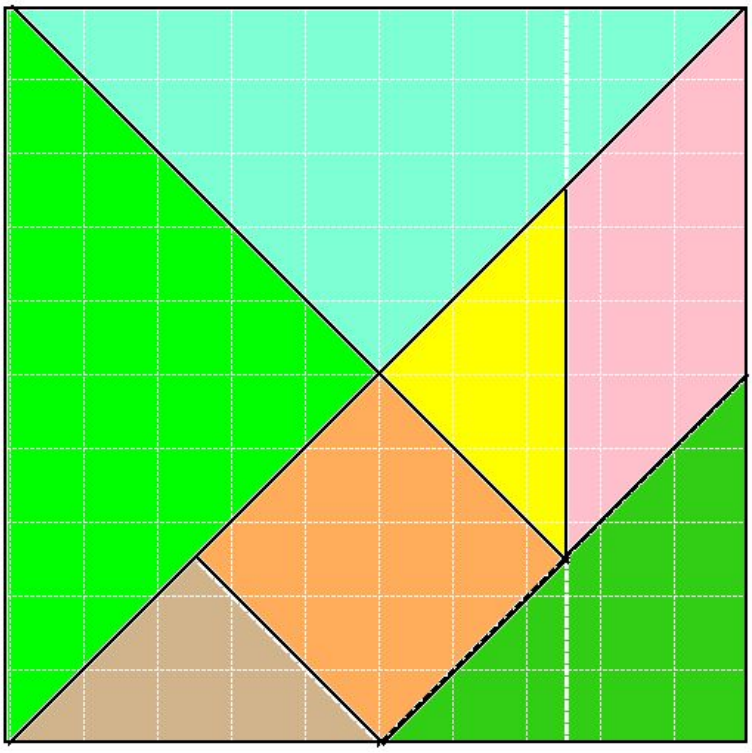
Proprietà:

La somma o la differenza fra superfici rispettivamente congruenti da origine a figure equivalenti.

Approfondimento:

Il **tangram** è un antico gioco di origine cinese; è costituito da un QUADRATO diviso in sette pezzi di forme geometriche diverse:

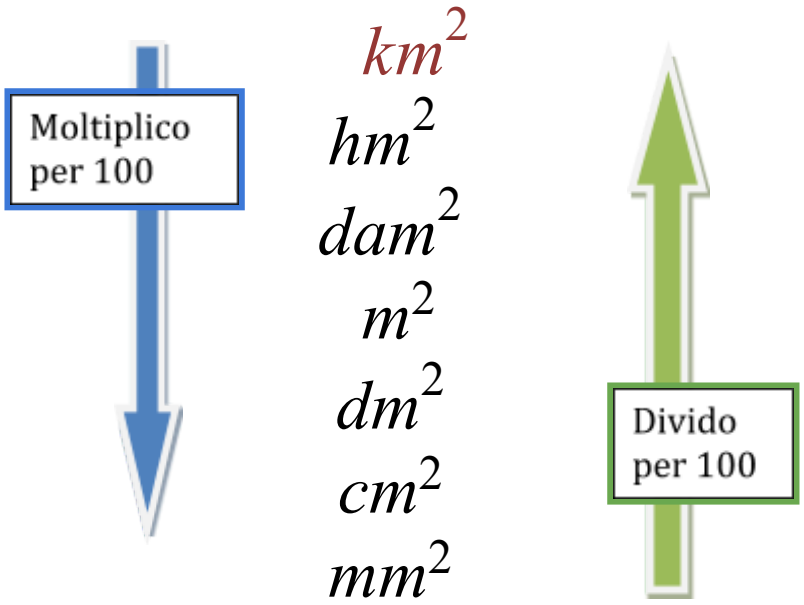
- **un parallelogramma**
- **un quadrato**
- **cinque triangoli** (2 grandi, 1 medio e 2 piccoli).



Def:

misurare una superficie significa calcolare quante volte contiene ***l'unità di misura***.

- L'unità di misura delle superfici piane è il metro quadrato m^2
- Si utilizzano multipli e sottomultipli:



Per passare da un'unità di misura all'altra si deve MOLTIPLICARE o DIVIDERE per 100.

Esempi:

$30\ cm^2 = 0.3\ dm^2$

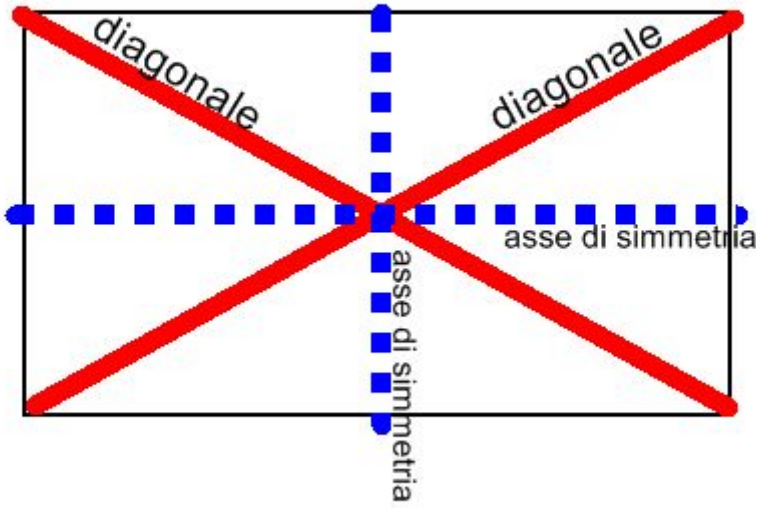
$18\ m^2 = 1800\ dm^2$

$2,5\ mm^2 = 0.0000025\ m^2$

$2.4\ km^2 = 2'400'000\ m^2$

AREA DEI QUADRILATERI

★ Rettangolo



- lati paralleli e congruenti due a due:

base (*b*)
altezza (*h*)

- tutti gli angoli di 90^0 (retti)
- ha due diagonali congruenti, che si tagliano a metà
- ha due assi di simmetria

$$P = (b + h)\cdot 2$$

$$A = b \cdot h$$

FORMULE INVERSE:

$$P = (b+h)\cdot 2$$

→ isoliamo (b+h) portando dall'altra parte dell'uguale il 2, che quindi sarà al denominatore

$$\frac{P}{2} = (b+h)$$

→ possiamo leggere la formula nel verso opposto

$$b+h = \frac{P}{2}$$

→ isoliamo b, portando dall'altra parte dell'uguale h, che quindi si sottrae

$$b = \frac{P}{2} - h$$

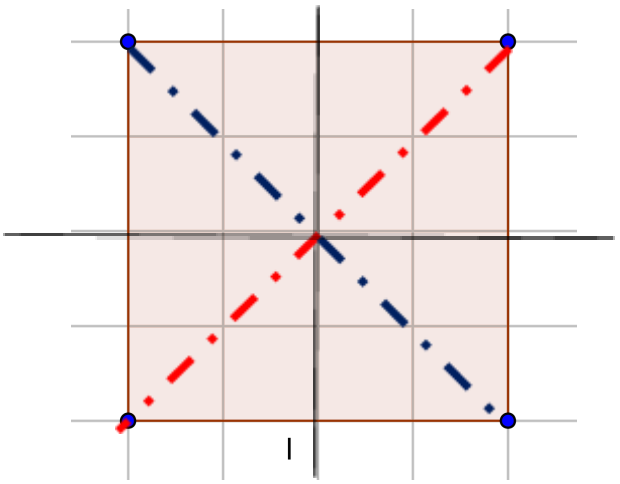
→ analogamente per *h*

$$h = \frac{P}{2} - b$$

$$A = b\cdot h$$

$$b = \frac{A}{h} \qquad\qquad h = \frac{A}{b}$$

★ Quadrato



- lati tutti congruenti
- angoli tutti congruenti e di 90^0
- due diagonali congruenti e che si tagliano a metà
- 4 assi di simmetria

FORMULE:

$$P = 4 \cdot l$$

$$A = l \cdot l = l^2$$

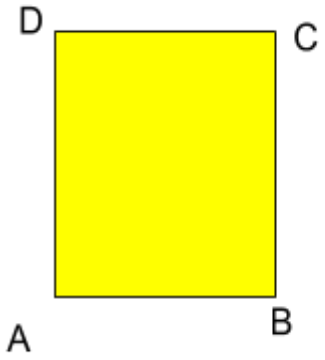
Formule inverse:

$$P = 4 \cdot l \quad \rightarrow \quad l = \frac{P}{4}$$

$$A = l^2 \quad \rightarrow \quad l = \sqrt{A}$$

Esempio:

Il perimetro di un quadrato misura 32 cm. Calcolare la sua area.



P=32 cm

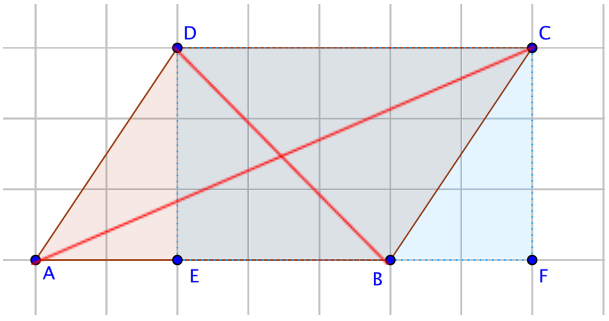
A=?

AB=P:4 = 32:4=8 cm

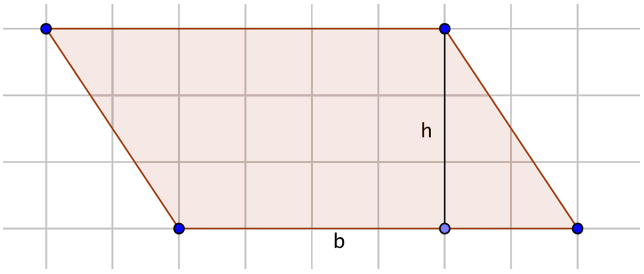
A= $AB^2 = 8^2 = 64 \ \ cm^2$

❖ Parallelogramma

Un parallelogrammo è equivalente ad un rettangolo avente base e altezza rispettivamente congruenti.



- lati paralleli a due a due
- DE e CF sono le due altezze
- <u>non</u> ha assi di simmetria
- le due diagonali si tagliano a metà, ma non sono congruenti tra loro.



$$P = (b + l)\cdot 2$$

$$A = b\cdot h$$

Formule inverse:

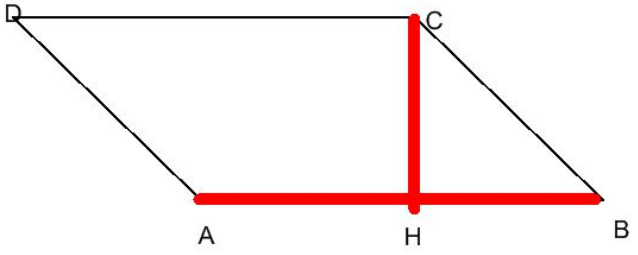
$$P = (b + l)\cdot 2 \quad \rightarrow \quad \frac{P}{2} = b + l$$

$$b = \frac{P}{2} - l \qquad l = \frac{P}{2} - b$$

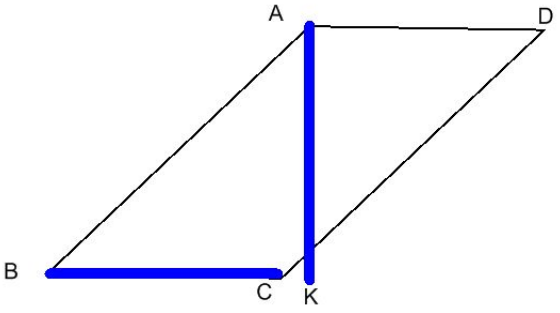
$$A = b\cdot h \quad \rightarrow \quad b = \frac{A}{h} \qquad h = \frac{A}{b}$$

OSSERVAZIONE:

Il parallelogramma può essere appoggiato su una base oppure su un lato obliquo, dunque presenta due altezze:

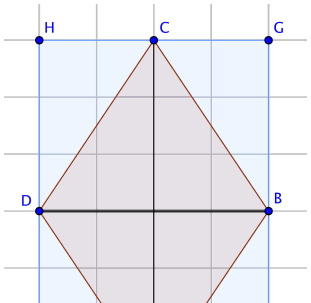


base AB --> altezza è CH



Se la base è AB → l'altezza è CH
se la base è BC → l'altezza è AK

★ Rombo:



- tutti i lati congruenti e paralleli due a due

- angoli opposti congruenti
- diagonali perpendicolari che si tagliano a metà, che dividono la figura in 4 triangoli rettangoli congruenti
- assi di simmetria sono le diagonali

OSSERVAZIONE:
Il rombo è equivalente alla metà di un rettangolo avente per lati le diagonali del rombo:

$$d_1 = diagonale\ maggiore = D$$
$$d_2 = diagonale\ minore = d$$

$$A_{rettangolo} = d \cdot D$$

$$A(rombo) = \frac{d \bullet D}{2}$$

$$P = 4 \cdot l$$

---19/12 2A

Formule inverse

$$A = \frac{d \bullet D}{2}$$

$$A \cdot 2 = d \bullet D$$

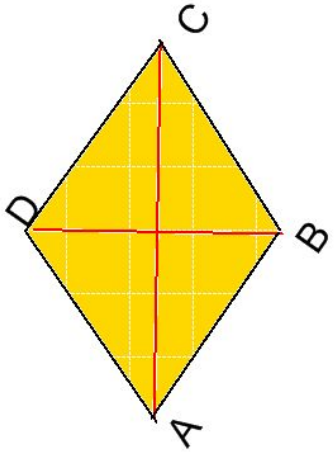
$$d = \frac{2 \cdot A}{D} \qquad D = \frac{2 \cdot A}{d}$$

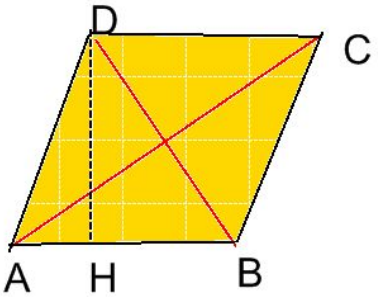
$$P = 4 \cdot l$$

$$l = \frac{P}{4}$$

Osservazione:

Il rombo è anche un parallelogrammo, quindi valgono anche le formule viste per il parallelogrammo:



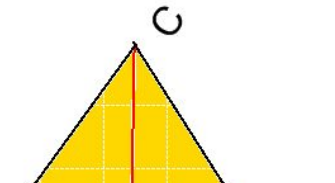


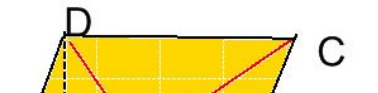
$$A = \frac{AC \cdot BD}{2} = AB \cdot DH$$

Esempio:

pag. 105 n.345

DH=4,5 cm





AC=9 cm

BD=5,2 cm

P=?

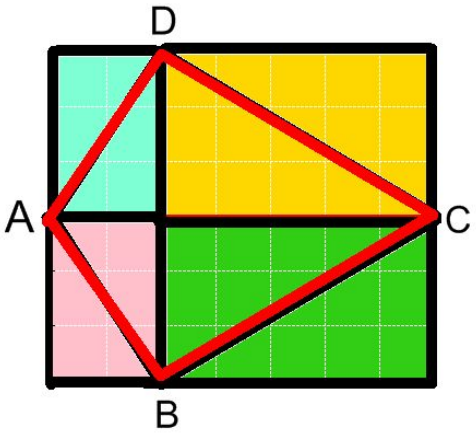
$$A = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{9 \cdot 5{,}2}{2} = 23{,}4cm$$

$$A = AB \cdot DH$$

→ formula inversa:

$$AB = \frac{A}{DH} = \frac{23{,}4}{4{,}5} = \frac{234}{45} = \frac{26}{5}cm$$

Quadrilateri aventi le diagonali perpendicolari



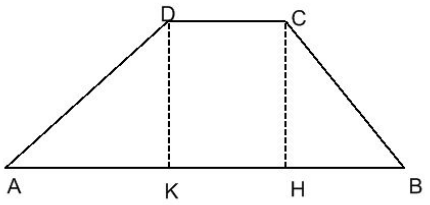
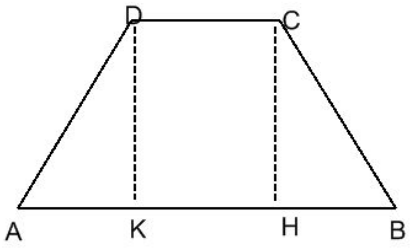
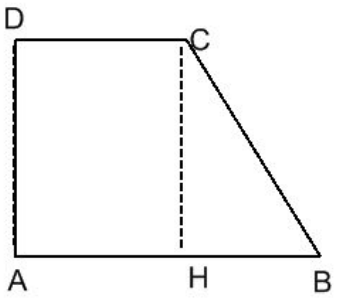
L'area del rettangolo ottenuto è uguale al doppio dell'area del quadrilatero ABCD:

$$A_{rettangolo} = AC \cdot BD$$

$$A_{ABCD} = \frac{A_{rettangolo}}{2} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{d_1 \bullet d_2}{2}$$

❖ Trapezio

SCALENO	ISOSCELE	RETTANGOLO

		
• Lati tutti diversi • Angoli tutti diversi • Altezze: DK=CH	• AD = BC lati obliqui • $\hat{A} = \hat{B}$ e $\hat{C} = \hat{D}$ • Altezze: DK=CH • Diagonali congruenti	• $\hat{A} = \hat{D} = 90^{\circ}$ • AD è *lato e altezza* AD=CH • HB è proiezione del lato obliquo BC sulla base maggiore

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

Formule inverse:

$$A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

$$A\cdot 2 = (B+b)\cdot h$$

$$(B+b) = \frac{A\cdot 2}{h}$$

$$B = \frac{A\cdot 2}{h} - b$$

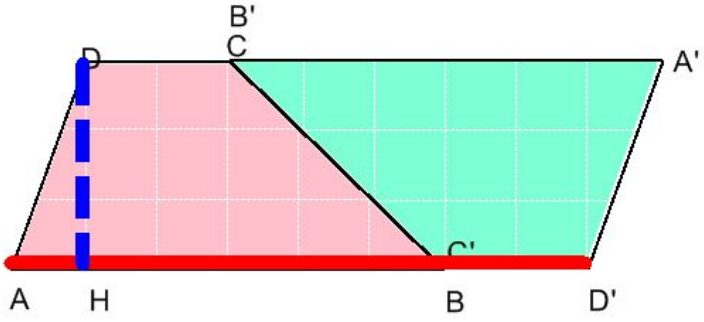
$$b = \frac{A\cdot 2}{h} - B$$

$$h = \frac{A \cdot 2}{(B+b)}$$

DIMOSTRAZIONE DELLA FORMULA:

ogni trapezio è equivalente alla metà del parallelogrammo avente per base la somma delle basi del trapezio e la stessa altezza.

Area del parallelogramma:



$$A_p = (B + b) \bullet h$$

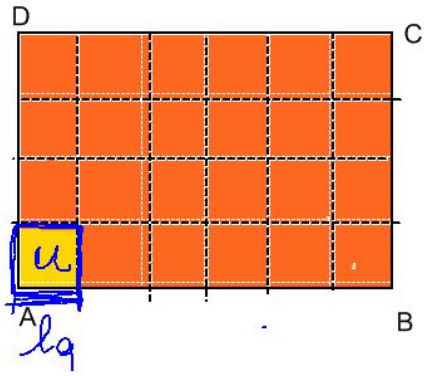
Quindi l'area del trapezio è la metà:

$$A_t = \frac{(B+b) \bullet h}{2}$$

---19/12 2b---

SCHEMA DEI PROBLEMI N. 6
AREA/FRAZIONE

Dato un rettangolo, di cui si conosce l'AREA e si sa che un lato è una data FRAZIONE dell'altro, calcolare i due lati.



$$BC = \frac{4}{6}AB$$

$$A = 2400\ m^2$$

$$A_q = \frac{A}{6 \cdot 4} = \frac{2400}{24} = 100\ m^2$$

$$l_q = \sqrt{A_q} = \sqrt{100} = 10\ m$$

$$AB = l_q \cdot 6 = 10 \cdot 6 = 60\ m$$

$$BC = l_q \cdot 4 = 10 \cdot 4 = 40\ m$$

Regola:

1. Si trova l'AREA del quadratino che rappresenta l'unità frazionaria $A_q = \frac{A}{N \cdot D}$

2. Si trova l'unità frazionaria $l_q = \sqrt{A_q}$

3. Si moltiplica l'unità frazionaria una volta per il denominatore e una volta per il numeratore

$AB = l_q \bullet N \qquad BC = l_q \bullet D$