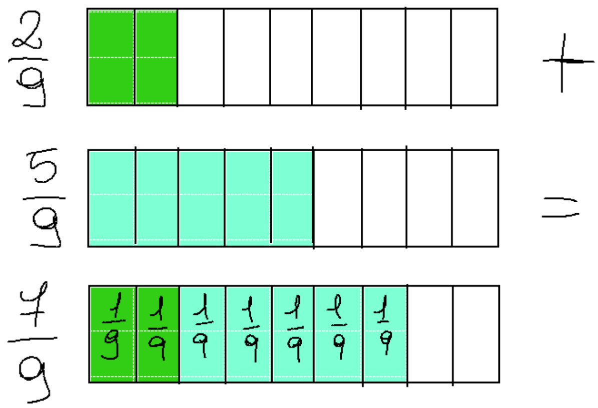
OPERAZIONI CON LE FRAZIONI

1)ADDIZIONE

a) FRAZIONI CON LO STESSO DENOMINATORE

Es:

$$\frac{2}{9}+\frac{5}{9}=\frac{7}{9}$$



Regola:

La SOMMA di due o più frazioni che hanno lo stesso denominatore è la frazione che ha:

- **per numeratore la SOMMA dei numeratori**
- **per denominatore lo STESSO denominatore.**

b) FRAZIONI CON DENOMINATORE DIVERSO

Es:

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=$$

Non si può calcolare immediatamente il risultato perché i DENOMINATORI sono DIVERSI.

➔ Si deve calcolare l'm.c.m. dei denominatori

m.c.m. (3, 4, 5) = 60

➔ Si devono trasformare TUTTE le frazioni con lo stesso denominatore

$\frac{2}{3}=\frac{40}{60}$ $\qquad$ $\frac{1}{4}=\frac{15}{60}$ $\qquad$ $\frac{3}{5}=\frac{36}{60}$

➔ Adesso si possono sommare i NUMERATORI

$$\frac{2}{3}+\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{40}{60}+\frac{15}{60}+\frac{36}{60}=\frac{91}{60}$$

OSSERVAZIONI:

- se le frazioni da addizionare NON sono ridotte ai minimi termini BISOGNA ridurle, prima di fare i calcoli.

- Se si trovano dei numeri interi bisogna considerarli come frazioni con denominatore 1.

Es:

$$2+\frac{3}{5}=\frac{2}{1}+\frac{3}{5}=\frac{10+3}{5}=\frac{13}{5}$$

m.c.m. (1, 5) = 5

2)SOTTRAZIONE

a. FRAZIONI CON LO STESSO DENOMINATORE

Regola:

La DIFFERENZA di due o più frazioni che hanno lo stesso denominatore è la frazione che ha:

- **per numeratore la DIFFERENZA tra i numeratori**
- **per denominatore lo STESSO denominatore.**

Es:

$$\frac{9}{13}-\frac{5}{13}=\frac{9-5}{13}=\frac{4}{13}$$

b. FRAZIONI CON DENOMINATORE DIVERSO

Come per le addizioni si deve:

- Ridurre le singole frazioni ai minimi termini
- Trovare l' m.c.m. tra tutti i denominatori
- Il risultato è una frazione che ha per denominatore l' m.c.m. e per numeratore la DIFFERENZA tra i numeratori trovati

Es:

$$\frac{52}{40}-\frac{28}{60}=\frac{13}{10}-\frac{7}{15}=\frac{39-14}{30}=\frac{25}{30}=\frac{5}{6}$$

mcm (10, 15) = 30

$$3-\frac{2}{5}=\frac{3}{1}-\frac{2}{5}=\frac{15-2}{5}=\frac{13}{5}$$

$$\frac{7}{3}-2=\frac{7}{3}-\frac{2}{1}=\frac{7-6}{3}=\frac{1}{3}$$

3)MOLTIPLICAZIONE

Regola:

il PRODOTTO di due o più frazioni è la frazione che ha:

- per numeratore il PRODOTTO dei numeratori
- per denominatore il PRODOTTO dei denominatori

Es:

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{3}=\frac{4\cdot 7}{5\cdot 3}=\frac{28}{15}$$

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{15}{8}=\frac{4\cdot 15}{5\cdot 8}=\frac{60}{40}=\frac{3}{2}$$

ATTENZIONE:
nell'esempio precedente si poteva SEMPLIFICARE le frazioni all'inizio:
4 con 8 e 5 con 15.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{2}{\cancel{8}}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{3}{2}$$

Questo tipo di semplificazione si dice: SEMPLIFICAZIONE INCROCIATA.

OSSERVAZIONE:
se le frazioni da moltiplicare sono più di due si deve sempre SEMPLIFICARE INCROCIANDO, un qualsiasi numeratore con un qualsiasi denominatore.

Es:

$\frac{15}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{8}{35} =$ si deve semplificare incrociando

$$\frac{\overset{1}{\cancel{\overset{5}{\cancel{15}}}}}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{\underset{5}{\cancel{35}}}}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 2}{1 \cdot 1 \cdot 1} = \frac{2}{1} = 2$$

Def:
due frazioni si dicono INVERSE o RECIPROCHE se il loro prodotto è uguale a 1.
La frazione INVERSA o RECIPROCA di una frazione data si ottiene scambiando il numeratore con il denominatore.

$$\frac{a}{b} \underset{inversa}{\Longrightarrow} \frac{b}{a}$$

Infatti

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$$

Es:
$\frac{2}{7}$ l'inversa è $\frac{7}{2}$, infatti: $\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{2} = 1$

4. DIVISIONE

Regola:
per dividere una frazione per un'altra (diversa da zero) si moltiplica la prima frazione per l'INVERSA della seconda.

Es:
$$\frac{12}{5} : \frac{4}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{4} = \frac{3 \cdot 3}{1 \cdot 1} = 9$$

5. POTENZE

Def:
Si dice POTENZA di una FRAZIONE il prodotto di più frazioni uguali fra loro.
La frazione si dice BASE e il numero di fattori si dice ESPONENTE.

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$ → $\frac{a}{b}$ è la base e n è l'esponente

Es:
$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$$

Regola:
per **elevare a potenza una frazione** si elevano all'esponente sia il **numeratore** che il **denominatore**.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Proprietà delle potenze:

- $\frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^1$

- $\left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

- $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^4 = \left(\frac{3}{7}\right)^{2+4} = \left(\frac{3}{7}\right)^6$ → prodotto tra le basi, somma tra gli esponenti

- $\left(\frac{3}{7}\right)^8 : \left(\frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{3}{7}\right)^{8-3} = \left(\frac{3}{7}\right)^5$ → quoziente tra le basi, differenza tra gli esponenti
- $\left[\left(\frac{3}{7}\right)^8\right]^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^{8\cdot 2} = \left(\frac{3}{7}\right)^{16}$ → potenza di potenza, prodotto tra gli esponenti

- $\left(\frac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{14}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{9} \cdot \frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{4}{15}\right)^3$ → basi diverse, ma stesso esponente, prodotto tra le basi lasciando lo stesso esponente

- $\left(\frac{18}{25}\right)^5 : \left(\frac{9}{5}\right)^5 = \left(\frac{18}{25} : \frac{9}{5}\right)^5 = \left(\frac{18}{25} \cdot \frac{5}{9}\right)^5 = \left(\frac{2}{5}\right)^5$ → basi diverse, ma stesso esponente, quoziente tra le basi lasciando lo stesso esponente